

# Equações do 2º grau

## Ficha Síntese

### ➤ DEFINIÇÃO:

Chamamos equação do 2º grau com uma incógnita a toda a expressão que se possa escrever na forma

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{com} \quad a \neq 0.$$

### ➤ CLASSIFICAÇÃO:

#### • Incompletas:

$$ax^2 = 0, \quad a \neq 0$$

$$ax^2 + c = 0, \quad a \neq 0 \text{ e } c \neq 0$$

$$ax^2 + bx = 0, \quad a \neq 0 \text{ e } b \neq 0$$

#### • Completas

$$ax^2 + bx + c = 0, \quad a \neq 0, \quad b \neq 0 \text{ e } c \neq 0$$

### ➤ RESOLUÇÃO:

Resolver a equação é encontrar os valores de  $x$  que tornam a igualdade verdadeira.

Para cada tipo de equação existe uma forma mais adequada. Poderás, no entanto, utilizar a forma que mais te agradar, caso o professor não te indique qual a pretendida.

#### ❖ **Tipo $ax^2 = 0$** (Isola-se a variável)

$$\square \quad 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 = \frac{0}{3} \Leftrightarrow x^2 = 0 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{0} \Leftrightarrow x = 0 \quad \text{C.S.} = \{0\}$$

↳ Tem sempre uma solução dupla nula.

#### ❖ **Tipo $ax^2 + c = 0$** com $a \neq 0$ e $c \neq 0$ (Isola-se a variável)

$$\square \quad 2x^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow 2x^2 = -4 \Leftrightarrow x^2 = \frac{-4}{2} \Leftrightarrow x^2 = -2 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{-2} \quad \text{C.S.} = \{\} = \emptyset$$

$$\square \quad 3x^2 - 12 = 0 \Leftrightarrow 3x^2 = 12 \Leftrightarrow x^2 = \frac{12}{3} \Leftrightarrow x^2 = 4 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{4} \Leftrightarrow x = \pm 2 \quad \text{C.S.} = \{-2, 2\}$$

↳ É impossível em IR quando  $a$  e  $b$  têm o mesmo sinal.

↳ Têm duas soluções, simétricas, quando  $a$  e  $b$  têm sinais contrários.

#### ❖ **Tipo $ax^2 + bx = 0$** com $a \neq 0$ e $b \neq 0$ (Factoriza-se e aplica-se a lei do anulamento do produto)

$$3x^2 + 10x = 0 \Leftrightarrow x(3x + 10) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee 3x + 10 = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee 3x = -10 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = -\frac{10}{3}$$

↳ Têm duas soluções, a nula e outra. C.S. =  $\{0, -\frac{10}{3}\}$

❖ Tipo  $ax^2 + bx + c = 0$  com  $a \neq 0$ ,  $b \neq 0$  e  $c \neq 0$

Utiliza-se a **fórmula resolvente**:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

▫  $2x^2 - x + 1 = 0$   $a = 2$ ,  $b = -1$  e  $c = 1$

$$x = \frac{-(-1) \pm \sqrt{(-1)^2 - 4 \times 2 \times 1}}{2 \times 2} = \frac{1 \pm \sqrt{1-8}}{4} = \frac{1 \pm \sqrt{-7}}{4} \quad \text{C.S.} = \{\} = \emptyset$$

▫  $3x^2 + 6x + 3 = 0$   $a = 3$ ,  $b = 6$  e  $c = 3$

$$x = \frac{-6 \pm \sqrt{6^2 - 4 \times 3 \times 3}}{2 \times 3} = \frac{-6 \pm \sqrt{36-36}}{6} = \frac{-6 \pm \sqrt{0}}{6} = \frac{-6 \pm 0}{6} = -1 \quad \text{C.S.} = \{-1\}$$

▫  $x^2 + x - 6 = 0$   $a = 1$ ,  $b = 1$  e  $c = -6$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1^2 - 4 \times 1 \times (-6)}}{2 \times 1} \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+24}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{2} \Leftrightarrow x = \frac{-1 \pm 5}{2} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-1+5}{2} \vee \Leftrightarrow x = \frac{-1-5}{2} \Leftrightarrow x = \frac{4}{2} \vee x = \frac{-6}{2} \Leftrightarrow x = 2 \vee x = -3$$

C.S. =  $\{-3, 2\}$

↪ Quando  $\Delta < 0$  a equação não tem raízes reais.

↪ Quando  $\Delta = 0$  a equação tem uma raiz real dupla.

↪ Quando  $\Delta > 0$  a equação tem duas raízes reais diferentes.

➤ Qualquer equação do segundo grau pode escrever-se na forma  $x^2 - Sx + P = 0$ , em que S representa a soma das suas raízes e P o seu produto.

Da igualdade  $ax^2 + bx + c = x^2 - Sx + P$  obtemos que  $S = -\frac{b}{a}$  e  $P = \frac{c}{a}$

Resolve as equações que se seguem pelo processo que consideres mais adequado.

a)  $7x^2 = 0$

b)  $2x^2 + 6x = 0$

c)  $3x^2 - 12 = 0$

d)  $(x + 4)^2 = 9$

e)  $2x^2 - 8x - 10 = 0$

f)  $(2x - 4)(3 - x) = 0$

**FIM**