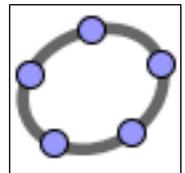


GeoGebra Help

Manual Oficial 3.0



www.geogebra.org

Fórum em português

<http://www.geogebra.org/forum/>

Markus Hohenwarter and Judith Preiner

www.geogebra.org, June 2007

Tradução e adaptação:

Jorge Geraldes, (jmbgeraldes@sapo.pt | www.jgeraldes.net)

Colaborador: José Manuel dos Santos dos Santos (dossantossantos@gmail.com)

Versão em português de Portugal (pt_PT)

Autores

Markus Hohenwarter, mhohen@math.fau.edu

Judith Preiner, jpreiner@math.fau.edu

GeoGebra Website: www.geogebra.org

Última alteração: Agosto 22, 2007

Índice geral

1. Capítulo 1 - O que é GeoGebra?	6
2. Capítulo 2 - Exemplos	7
2.1. Triângulo com ângulos	7
2.2. Função afim $y = mx+b$	7
2.3. Centróide de três pontos A, B, C	7
2.4. Dividir um segmento de recta [AB] de acordo com a relação de 7 : 3	9
2.5. Sistema de equações lineares com duas variáveis	9
2.6. Tangente à curva do gráfico de uma função no ponto $x=a$	11
2.7. Exploração de funções polinomiais	11
2.8. Integrais	11
3. Capítulo 3	12
3.1. Notas Gerais	12
3.1.1. Menu de contexto	12
3.1.2. Mostrar e esconder	12
3.1.3. Traço	13
3.1.4. Zoom	13
3.1.5. Relação entre Eixos	13
3.1.6. Protocolo de Construção	13
3.1.7. Refazer	14
3.2. Opções	15
3.2.1. Opções Gerais	15
3.2.2. Ponto	17
3.2.3. Vector	18
3.2.4. Segmento de recta	18
3.2.5. Semi-recta	18
3.2.6. Polígono	19
3.2.7. Recta	19
3.2.8. Cónica	21
3.2.9. Arco e Sector	21
3.2.10. Número e ângulo	22
3.2.11. Caixas de Activação	24
3.2.12. <i>Locus</i> - Lugar Geométrico	24
3.2.13. Transformações Geométricas	23
3.2.14. Texto	24
3.2.15. Imagens	24
3.2.16. Propriedades das Imagens	25

4. Capítulo 4 - Entrada Algébrica	26
4.1. Notas Gerais	26
4.1.1. Alteração de valores	26
4.1.2. Animação	26
4.2. Entrada Directa	27
4.2.1. Números e ângulos	27
4.2.2. Pontos e Vectores	28
4.2.3. Recta	28
4.2.4. Cónica	29
4.2.5. Função	29
4.2.6. Operações Aritméticas	31
4.3. Comandos	32
4.3.1. Comandos Gerais	32
4.3.2. Número	32
4.3.3. Ângulo	34
4.3.4. Ponto	35
4.3.5. Vector	36
4.3.6. Segmento	37
4.3.7. Semi-recta	37
4.3.8. Polígono	37
4.3.9. Recta	37
4.3.10. Cónicas	39
4.3.11. Função	39
4.3.12. Curvas paramétricas	40
4.3.13. Arco e Sector	40
4.3.14. Imagem	41
4.3.15. Lugar Geométrico - Locus	41
4.3.16. Sequência	42
4.3.17. Transformações Geométricas	44
5. Capítulo 5 - Imprimindo e exportando desde GeoGebra	47
5.1. Imprimindo	47
5.1.1. Zona Gráfica	47
5.1.2. Protocolo de Construção	47
5.2. Zona Gráfica como desenho	47
5.3. Zona Gráfica para a área de transferência	48
5.4. Protocolo de Construção como Página Web	48
5.5. Documento como Página Web	49
6. Capítulo 6 – Opções	50
6.1. Pontos sobre o quadriculado	50
6.2. Unidade de amplitude de ângulo	50
6.3. Casas decimais	50
6.4. Estilo dos pontos	50

6.5. Estilo do ângulo Recto	50
6.6. Coordenadas.....	50
6.7. Rotular	51
6.8. Qualidade Gráfica	51
6.9. Tamanho da fonte	52
6.10. Idioma	52
6.11. Janela de Visualização	52
6.12. Grave as alterações	52
6.13. Restaura a configuração padrão	52
7. Capítulo 7 – Ferramentas e barras de ferramentas.....	52
.....	
7.1. Ferramentas definidas pelo utilizador	52
7.2. Configurara a barra de ferramentas	52
8. Capítulo 8 – Interface do Javascript.....	53

Capítulo 1

O que é o GeoGebra?

GeoGebra é um software de matemática que reúne geometria, álgebra e cálculo. O seu autor é o professor *Markus Hohenwarter da Universidade de Salzburgo* na Áustria.

Por um lado, *GeoGebra* é um sistema de geometria dinâmica. Permite realizar construções tanto com pontos, vectores, segmentos, rectas, secções cónicas como com funções que a *posteriori* podem modificar-se dinamicamente.

Por outra parte, pode-se inserir equações e coordenadas directamente. Assim, *GeoGebra* tem a vantagem de trabalhar com variáveis vinculadas a números, vectores e pontos; permite determinar derivadas e integrais de funções e oferece um conjunto de comandos próprios da análise matemática, para identificar pontos singulares de uma função, como raízes ou extremos.

Estas duas perspectivas caracterizam o *GeoGebra*: a uma expressão na *janela algébrica* corresponde-se com um objecto na *janela de desenho* ou janela de gráficos e vice-versa.

Capítulo 2

Exemplos

Para ter uma visão geral das potencialidades do *GeoGebra* vamos ver alguns exemplos.

2.1. Triângulo e ângulos

Para começar, há que seleccionar a opção **Novo ponto**  na barra de ferramentas e dar um *clique* três vezes na *área gráfica ou de desenho* para criar os três vértices A, B e C do triângulo.

De seguida passa-se a escolher a opção **Polígono**  e *dar um clique* sobre os pontos A, B, C e, novamente, sobre A para criar o triângulo P na *janela algébrica*, pode ver-se a área do triângulo.

Para passar aos ângulos do nosso triângulo, temos que escolher a opção **Ângulo**  na barra de ferramentas e *dar um clique* sobre o triângulo.

Agora, passa-se a escolher a opção **Mover**  e arrastam-se os vértices para alterar dinamicamente o triângulo. Se não precisar da janela de Álgebra e/ou do Sistema de eixos coordenados, podem-se esconder através do menu **Exibir**.

2.2. Função afim $y = mx + b$

Concentramo-nos no significado de m e de b na condição $y = mx + b$ experimentando diferentes valores para m e b . Para fazê-lo, anotaríamos as seguintes linhas como entrada no *campo de texto/linha de comandos* que aparece na parte inferior da janela depois de a tornar visível com a opção **Exibir – campo de entrada**, accionando a tecla **Enter** ao finalizar cada linha:

$$m = 1$$

$$b = 2$$

$$y = m * x + b$$

Agora podemos mudar m e b na *janela de álgebra* (dê um *clique* com o botão do lado direito e depois a opção **Redefinir.**) ou na entrada do campo de texto.

É muito simples modificar m e b utilizando as teclas de movimento de cursor (**animação**) ou os *sliders* ou **selectores** (dê um *clique* no botão do lado direito sobre m ou b ; Mostrar Objecto; ver 3.2.10).

Da mesma forma poderíamos investigar as condições, que definem as cónicas como:

Elipse : $x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1$

Hipérbole: $b^2 x^2 - a^2 y^2 = a^2 b^2$ ou

Circunferência; $(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$

2.3. Centróide/Baricentro de três pontos A, B, C

Vamos agora, construir o *centróide* de três pontos ou *baricentro/centro de gravidade do triângulo definido pelos três pontos - ponto de intersecção das suas medianas (segmentos de recta que unem um vértice com o ponto médio do lado oposto)*. De três pontos introduzindo as seguintes linhas como entradas no campo de texto/linha de comandos (accionando **Enter** ao finalizar cada linha). Pode, também utilizar o *rato* para realizar esta construção utilizando as correspondentes opções (ver) na barra de ferramentas.

```
A=(-2,0)
B=(5,0)
C=(0,5)
M_a=pontomédio[B,C]
M_b=pontomédio[A,C]
s_a=recta[A,M_a]
s_b=recta[B,M_b]
S=intersecção[s_a, s_b]
```

A alternativa será calcular o centróide directamente como:

$S_1 = \frac{(A+B+C)}{3}$ e comparar ambos resultados utilizando o comando :

```
relação[S,S1]
```

Podemos agora, explorar se $S=S_1$ é correcto para outras posições de A, B, C. Fazemo-lo seleccionando com o *rato*, a opção **Mover** (parte esquerdo da barra de ferramentas) e arrastando um dos pontos.

2.4. Dividir [AB] de acordo com a relação 7 : 3

Como o *GeoGebra* permite operar com vectores, resolução é simples.

```
A=(-2,1)
B=(3,3)
s=segmento [A,B]
T=A+7/10*(B-A)
```

De outra maneira:

```
A=(-2,1)
B=(3,3)
s=segmento [A,B]
v=vector[A,B]
T=A+7/10*v
```

Na etapa seguinte poderemos introduzir um número k (por exemplo, usando um *slider* ou selector $\xrightarrow{a=2}$ e redefinir o ponto T como $T=A+7/10*v$. Ao mudar k pode ver-se que o ponto T se desloca ao longo da linha recta.

Esta recta poderia ser introduzida agora parametricamente (ver 4.2.3): $X = T + k * v$.

2.5. Sistema de equações lineares com duas variáveis

Duas equações lineares em x e y podem representar-se graficamente por duas rectas. A solução algébrica é o ponto de intersecção das duas rectas.

```
a:3x+4y=12
b:y=2x-8
S=intersecção[a,b]
```

Pode-se modificar tanto a equação (Clique com o botão do lado direito, editar) ou (Maça+clique) e seleccione Editar. Utilizando o “rato” pode arrastar as linhas na opção  **Mover** ou rodar em redor de um ponto utilizando .

2.6. Tangente à curva representativa de uma função

GeoGebra tem um comando que permitir traçar a *tangente* ao gráfico de uma função f num ponto de abcissa $x = a$.

$a = 3$ $f(x) = 2 * \sin(x)$ $t = \text{tangente}[a, f]$
--

Ao animar o ponto (ver Animação) a *recta tangente* desloca-se ao longo do gráfico da função f

Outro modo de fazê-lo:

$a = 3$ $f(x) = 2 * \sin(x)$ $T = (a, f(a))$ $t: X = T + k * (1, f'(a))$

É possível também definir geometricamente a tangente ao gráfico de uma função da seguinte maneira:

- Definimos um Ponto através da opção **Novo Ponto**  e damos um clique sobre a curva representativa da função f ;
- Selecionamos a opção **Tangentes**  e fazendo um clique na **curva** e em seguida no **ponto** que criamos previamente.

De seguida, seleccionamos a opção **Mover**  e arrastamos o ponto ao longo do gráfico da função com o *rato*. A *recta tangente*, também se modifica dinamicamente.

2.7. Exploração de funções polinomiais

Com o *GeoGebra* podemos explorar *raízes*, *extremos* e *pontos de inflexão* de funções polinomiais.

```
f(x) = x3 - 3*x2 + 1
N = raiz[f]
E = extremo[f]
W = pontodeinflexão[f]
```

Na opção **Mover**  podemos arrastar a função f com o *rato*. Nesse contexto, a primeira e a segunda derivada f' são também interessantes:

```
Derivada[f]
Derivada[f, 2]
```

2.8. Integrais

Nos integrais o *GeoGebra* permite a possibilidade de visualizar como rectângulos, as somas inferior e superior de uma função.

```
f(x) = x^(1/2) + 2
a = 0
b = 2
n = 5
I = somainferior[f,a,b,n]
S = somasuperior[f,a,b,n]
```

Alterando a , b ou n (ver animação; ver opção selector), pode-se evidenciar a influência destes parâmetros. Para o incremento de n poder-se-ia seleccionar, *dando um clique* com o botão direito sobre (**MacOS: Maça+clique**) no número n , e seleccione **Propriedades**.

O integral definido pode calcular-se como se indica a seguir:

```
integral[ f , a , b ]
```

A **Função Primitiva** F pode ser criado da seguinte forma: $F = \text{Integral}[f]$

Capítulo 3 : Janela de desenho ou janela geométrica

Vamos agora explicar como utilizar o *rato* com *GeoGebra*.

3.1. Notas gerais

A *janela de gráficos* (a da direita) mostra os pontos, vectores, segmentos, polígonos, funções, rectas e cónicas graficamente. Quando o *rato* se desloca sobre um objecto aparece a sua descrição.

Nota: em determinadas situações a *janela de gráficos* denomina-se *zona gráfica*.

Há vários modos de “dizer” ao *GeoGebra* como reagir a cada entrada do *rato* (Novo ponto, intersecção, circunferência definida por três pontos, ...). Estas questões explicar-se-ão detalhadamente mais à frente (3.2).

Ao *dar um clique* sobre um objecto na *janela algébrica* abre-se um menu que permite alterar determinadas propriedades do objecto. Se dermos um *duplo clique* sobre um objecto na *janela de desenho ou gráfica* surge um menu que permite também alterar as propriedades desse objecto (por exemplo a *cor*, a *espessura*, do *gráfico de uma função*). Ao *dar um clique duplo* sobre um objecto na *janela de álgebra* surge uma janela para redefinir o comando.

3.1.1. Menu de contexto

Ao accionar a tecla direita do rato sobre um objecto, surge um menu de contexto donde se pode seleccionar a notação algébrica (coordenadas polares ou cartesianas, equações implícitas ou explícitas,...). Aqui também se pode aceder aos comandos como **Renomear** , **Redefinir** , ou **Apagar** .

Ao **seleccionar Propriedades** surge uma caixa de diálogo, onde se podem modificar a *cor*, *medida*, *grossura do traço*, *o estilo*, *sombreado*, etc.

3.1.2. Mostrar e Esconder

Os objectos geométricos podem ser visíveis (exibir) ou não (oculta). Pode empregar-se a opção **Exibir/Ocultar Objecto**  no **menu de contexto** para alternar entre as duas opções. O ícone esquerdo de cada objecto na *janela algébrica*, informa sobre a aparência.

Nota: Também pode utilizar a opção **Exibir/ esconder Objecto**  para alterar. O Ícone na janela de álgebra mostra se o objecto está visível  ou não visível .

3.1.3. Traço

É possível fazer com que os objectos geométricos deixem um rasto (traço) à medida que se desloca no desenho. Utiliza-se o menu contexto para (des)activar esse “traço”.

Nota: A opção **Actualizar janelas (Ctrl+F)** do menu **Exibir** elimina todos os rastros (traços).

3.1.4. Zoom

Ao accionar a tecla direita sobre a zona gráfica ou (MacOS: *Maçã* + clique) , destaca-se um menu de contexto que permite uma aproximação ou afastamento do “zoom”.

Para conhecer outros detalhes pode consultar **Ampliar**  assim como **Reduzir** .

Rectângulo de zoom: com um clique do botão direito do rato, ao arrastá-lo, desloca-se o ponteiro para fazer um *zoom* de uma zona.

3.1.5. Relação entre Eixos

Clicando com o botão do lado direito sobre a zona gráfica destaca-se um menu de contexto a partir do qual se pode *modificar alterar a escala* para os eixos dos *xx* e dos *yy*.

- . Altera a razão entre o eixo dos *xx* e dos *yy*
- . Mostra/esconde os eixos individualmente
- . Altera a configuração dos eixos (espessura, cor, estilo de linha)

3.1.6. Protocolo de Construção

O protocolo de construção interactiva (menu Exibir) é uma tabela que mostra todas as etapas de construção. Aqui pode refazer-se uma construção passo a passo. Inclusive é possível intercalar passos de construção e modificar a sua ordem. O menu de ajuda do protocolo de construção oferece uma explicação mais detalhada.

3.1.7. Barra de Navegação

O Geogebra tem uma barra de navegação que permite “navegar” ao longo dos passos de construção. Esta opção está disponível no menu Exibir.

3.1.8. Refazer

Um objecto pode ser *redefinido* utilizando o seu menu de contexto (3.1.1). Este é muito útil para introduzir alterações na sua construção. Também pode abrir-se a caixa de diálogo com que se redefine, fazendo clique duplo sobre um objecto dependente.

Exemplo:

Para colocar um ponto livre **A** sobre uma recta h , insere-se:

Ponto[h]

Para eliminar o ponto desta recta e "libertá-lo" novamente, redefine-se o ponto de coordenadas livres como $(3,2)$.

Outro exemplo é a alteração de uma recta h que passa pelos pontos A e B num segmento que tem-nos como extremos: Com o botão do lado direito dá-se um **clique** para abrir o menu de contexto, escolhe-se a opção Redefinir e introduz-se:

Segmento[A,B].

A ferramenta que permite a redefinição de objectos é muito versátil para uma modificação retrospectiva do que foi construído. Convém recordar que de este modo também é possível mudar a ordem das etapas de construção dentro do protocolo de construção.

3.1.9. Menu de contexto

Se clicarmos com o botão do lado direito (**MacOS: Maça+clique**) sobre o objecto surge uma janela onde se pode alterar ou definir várias opções relacionadas com o objecto. Também pode alterar as propriedades do objecto através da opção propriedades do menu **Editar**. Fecha a janela de diálogo quando quando tiver acabado as modificações.

3.2. Opções

As seguintes opções podem activar-se na barra de menus. É necessário *fazer um clique* sobre a seta à direita do ícone para passar às outras opções desse menu.

Marca-se um objecto quando se *clica* sobre este com o *rato*. Em qualquer opção de construção podem-se criar facilmente novos pontos, simplesmente dando *um clique* sobre a *área de desenho ou gráfica*.

Seleccionar objectos.

Para seleccionar um objecto clica-se sobre ele.

Alteração rápida do rótulo do objecto

Para alterar o nome do objecto ou alterar um recentemente criado, utilize a opção *Renomear* do menu de contexto.

3.2.1. Opções Gerais



Para arrastar e soltar objectos livres com o rato.

Seleção de um objecto dando um clique duplo na opção de Mover para poder

- *Eliminar accionando a tecla **Del**.*
- *Deslocá-lo através das teclas de movimento de cursor.*

Nota: Accionando a tecla **ESC** activa também a opção **Mover**.

Para seleccionar vários objectos, deve-se manter accionada a tecla **Ctrl**.

Uma outra maneira de **seleccionar múltiplos objectos** é pressionando e o botão esquerda do rato a fim especificar um rectângulo da selecção. Você pode então mover os objectos seleccionados arrastando um deles com o rato. O rectângulo de selecção pode também ser usado especificar uma parte da janela dos gráficos para imprimir, exportando figuras, e para folhas dinâmicas (ver imprimir e exportação).

Rotação à volta de um ponto



Selecciona-se em primeiro lugar o ponto que será o *centro de rotação*. A seguir podem-se rodar objectos livres em volta deste ponto, simplesmente arrastando-os com o *rato*.

Relação entre dois objectos



Para marcar um par de objectos e obter informação sobre as suas relações (4.3.1).

Deslocar a Zona de desenho ou de gráficos

Para arrastar e soltar a *área gráfica* e deslocar a origem do referencial também se pode deslocar a *área gráfica* accionando a tecla **Ctrl** e arrastando-a com o *rato*.

Zoom de Aproximação



Pode clicar-se sobre qualquer ponto da zona gráfica para produzir um "zoom" de aproximação (**zoom in**)

Zoom de Afastamento



Pode clicar-se sobre qualquer ponto da zona gráfica para produzir um "zoom" de afastamento (**zoom out**) .

Exibir / Ocultar objecto



Clicando sobre o objecto exhibe-o ou oculta-o. Todos objectos que estão ocultos são exibidos. Estas mudanças têm efeito quando se passa a qualquer outra opção na barra correspondente.

Exibir / Ocultar rótulo



Ao dar *um clique* sobre um objecto permite exhibir/ocultar respectivamente.

Copiar estilo visual



Esta opção permite copiar as propriedades visuais como *cor, dimensão, estilo da linha, espessura, etc.*, de um objecto para outro(s).

Em primeiro lugar, deve seleccionar o objecto cujas propriedades deseja copia. A seguir dá-se *um clique* sobre todos os outros que devem adoptar essas propriedades.

Elimina objecto



Basta clicar sobre qualquer objecto que se deseja eliminar.

3.2.2. Ponto

Novo ponto



Ao clicar sobre a *zona gráfica* ou *de desenho* cria-se um novo ponto. As suas coordenadas ficam estabelecidas ao largar o botão do *rato* novamente.

Ao clicar sobre um segmento, recta ou cónica cria-se um ponto sobre o objecto em causa. Ao dar *um clique* sobre a intersecção de dois objectos cria-se o ponto de intersecção.

Pode-se definir um ponto num lado do polígono ou numa curva.

Intersecção de dois objectos



Os pontos de intersecção de dois objectos podem determinar-se de duas maneiras:

- a) Marcar dois objectos: determinam-se todo os pontos de intersecção (se for possível)

b) Ao clicar sobre a intersecção de dois objectos: só se cria este único ponto de intersecção.

Para segmentos, semi-rectas ou arcos pode especificar se se deseja *permitir a intersecção de pontos periféricos*. Este pode utilizar-se para conseguir a intersecção de pontos que fazem parte do prolongamento de um objecto. Por exemplo, o prolongamento de um segmento ou uma semi-recta é uma recta.

Ponto Médio



Dar um clique sobre:

1. dois pontos para obter o seu ponto médio.
2. um segmento de recta para obter o seu ponto médio.
3. uma cónica para obter seu centro

3.2.3. Vector

Vector entre dois pontos



Marca o ponto que defina a origem e o ponto que define a extremidade do vector.

Vector definido a partir de um ponto



Ao marcar um ponto A e um vector \vec{v} cria-se um ponto $B = A + \vec{v}$ e o vector de origem A e extremidade B.

3.2.4. Segmento de recta

Segmento de recta entre dois pontos



Ao marcar dois pontos A e B estabelece-se um segmento de recta entre A e B. Na *janela algébrica* poderá ver-se o comprimento do segmento de recta.

Segmento de recta com um dado comprimento a partir de um ponto



Ao dar *um clique* sobre um ponto A que é um dos extremos do segmento e especificar o comprimento desejado surge a janela que permite inserir o respectivo comprimento do segmento de recta.

Deste modo se criará um segmento de recta com um comprimento fixo entre o ponto A e o ponto B que será o seu outro extremo. O extremo B pode rodar-se ma opção Girar em torno de um ponto do extremo inicial A.

3.2.5. Semi-recta

Semi-recta dados dois pontos



Ao marcar dois pontos A e B cria-se uma semi-recta que parte de A (origem) e passa por B. Na *janela algébrica* pode-se ver a equação correspondente da recta suporte.

3.2.6. Polígono

Polígono



Permite definir um polígono através dos seus vértices. Depois de clicar no primeiro ponto e de fazer o mesmo para os outros, deve no final fechar o polígono clicando novamente no primeiro. Poderá ver na *janela algébrica* a **área** do polígono.

Polígono Regular



Permite **definir um polígono regular** definindo dois pontos na janela de desenho e o número de lados na caixa de diálogo que aparece.

3.2.7. Recta

Recta entre dois pontos



Ao marcar dois pontos A e B fixa-se a recta definida pelos A e B. O vector director da recta é o vector $(B - A)$.

Recta Paralela



Ao seleccionar uma recta g e um ponto A, fica definida a recta que passa por A e é paralela a g . A direcção desta recta é a direcção da recta g .

Recta Perpendicular



Ao seleccionar uma recta g e um ponto A, fica definida a recta que passa por A e é perpendicular a g . O vector director desta recta é um vector perpendicular ao vector director da recta g .

Mediatriz



A mediatriz de um segmento de recta define-se clicando sobre o segmento de recta.

Bissectriz



A bissectriz de um ângulo pode definir-se de duas maneiras:

- Ao marcar os três pontos A, B, C define-se a bissectriz do ângulo determinado por A, B e C, com B como vértice.
- Ao marcar duas rectas definem-se as bissectrizes dos seus ângulos.

Tangentes



As tangentes a uma cónica podem determinar-se de duas maneiras:

- Ao marcar um ponto **A** e uma cónica c definem-se todas as tangentes a c que passam por **A**.
- Ao marcar uma recta g e uma cónica c definem-se todas as tangentes a c que são paralelas a g .

Ao marcar o ponto A e a função f define-se a recta tangente a f para $x = x(A)$

Recta Polar

Esta opção cria a recta polar de uma cónica:

- Marca-se um ponto e uma cónica para estabelecer a recta polar.
- Marca-se uma recta o vector e uma cónica para fixar o seu diâmetro.

3.2.8. Cónica

Circunferência dado o seu centro e um dos seus pontos

Ao marcar um ponto M e um ponto P fica definida uma circunferência com centro em M que passa por P . O raio do círculo é a igual a \overline{MP} .

Circunferência conhecidos o seu centro e raio

Após marcar um ponto M como centro, surge uma janela para introduzir o valor da medida do raio.

Circunferência dada três dos seus pontos

Ao marcar três pontos A, B, C fica definida uma circunferência que passa por esses pontos. Se os três pontos pertencem a uma recta, a circunferência confunde-se com a recta.

Cónica dados cinco dos seus pontos

Ao marcar cinco pontos fica definida uma cónica que passa por eles. Sempre que quatro pontos não forem colineares a cónica fica efectivamente definida.

3.2.9. Arco de circunferência e sector circular

O valor algébrico de um arco é o seu comprimento, o valor de um sector é a sua área.

Semi-circunferência



Ao marcar dois pontos A e B define-se uma semicircunferência “por cima” do segmento [AB].

Arco circular dado um centro e seus dois pontos extremos.

Arco de circunferência dado o centro e dois extremos



Ao marcar três pontos M, A e B define-se um arco de circunferência com centro em M, que tem como extremo inicial A e finalize no extremo final B.

Nota: o ponto B não tem que fazer parte necessariamente parte do arco de circunferência.

Arco de circunferência que contém três pontos



Ao marcar três pontos define-se um arco de circunferência que contém os três pontos.

Sector circular definido por três pontos



Ao marcar três pontos define-se um sector circular que passa por dois pontos.

3.2.10. Número e Ângulo

Distância ou comprimento



Esta opção define a distância entre:

a) dois pontos;

- b) duas rectas;
- c) um ponto e uma recta;
- d) comprimento de um segmento de recta;
- e) perímetro de uma circunferência/círculo.



Esta opção determina a área de uma figura.



Esta opção determina o declive de uma recta /segmento de recta.



Ao clicar sobre qualquer lugar livre da *zona gráfica*, cria-se um selector para ajustar o valor de um número ou ângulo. A janela que surge permite especificar o intervalo [mín, máx] do número ou ângulo.

No *GeoGebra* um selector não é senão a representação gráfica de um número ou ângulo parametrizável.

Nota: Pode criar-se facilmente um selector correspondente a um número ou ângulo existentes, simplesmente apontando para este objecto (com um clique do botão direito do rato e escolhendo  *exibir objecto*.)

A posição de um selector pode ser absoluta em relação a janela ou relativa ao sistema de coordenadas.

Pode também definir o nome do selector.



Esta opção permite criar

- a) o ângulo definido por três pontos;

- b) o ângulo definido por dois segmentos;
- c) o ângulo entre duas rectas;
- d) o ângulo entre dois vectores;
- e) todos os ângulos internos de um polígono.

A amplitude do ângulo depende da ordem de selecção dos três pontos. Não esquecer que o ponto intermédio é o vértice do ângulo. (experimente várias situações...)

3.2.11. Caixas de Activação (True ou False)

Active a caixa para **Mostrar/Esconder objecto(s)** 

Depois de seleccionar a opção  **Active a caixa para Mostrar/Esconder objecto(s)**, clicando na janela de trabalho pode criar um caixa que permite Mostrar/Esconder um ou mais objectos.

3.2.12. Locus - Lugar Geométrico

Locus

Deve seleccionar em primeiro lugar o ponto A cujo lugar geométrico pretende desenhar. Depois com um clique seleccione um ponto P (ponto Móvel) de que depende o ponto A. Atenção: O ponto P deve pertencer a um objecto (recta, segmento, circunferência, ...).

Exemplo:

Introduza $f(x) = x^2 - 2x - 1$ na linha de comandos;

Defina um ponto A no eixo Ox ;

Defina o ponto $B = (x(A), f'(x(A)))$ que depende do ponto A.

Selecione a opção  **Locus** e em seguida clique no ponto B e no ponto A.

Arraste o ponto A ao longo do eixo Ox para ver o ponto B mover-se na curva que define o lugar geométrico.

3.2.13. Transformações Geométricas

As seguintes transformações geométricas operam sobre pontos, rectas, cónicas, polígonos e imagens.

Homotetia/dilação de um objecto com centro num ponto



Primeiro deve seleccionar o objecto que vai sofrer a homotetia (ampliação $r > 1$ ou redução $0 < r < 1$). Depois, com *um clique* selecciona-se o ponto que será o centro da homotetia. Aparecerá, então, uma janela onde deve especificar o factor r da homotetia.

3.2.14. Texto

Texto

Nesta opção pode criar textos ou fórmulas em **LaTeX**.

- a) Ao clicar sobre a área gráfica cria um novo texto nessa posição.
- b) Ao clicar sobre um ponto texto cuja ligação o vincula e associa a esse ponto.

Aparece uma caixa de diálogo onde pode introduzir texto. Também se pode usar valores de objectos e desta maneira, criar textos dinâmicos.

Entrada	Descrição
"Isto é um texto"	texto simples
"Ponto A = " + A	texto dinâmico utilizando o valor do ponto A
"a = " + a + "cm"	texto dinâmico utilizando o valor de um segmento a

A posição de um texto pode ser absoluta - no documento - ou relativa em relação ao sistema de coordenadas.

Fórmulas LaTeX

No GeoGebra pode também escrever formulas. Para este efeito deve marcar a caixa *fórmula* LaTeX na caixa de diálogo do modo texto e escrever a fórmula na sintaxe do LaTeX.

São mostrados alguns importantes comandos do LaTeX.

LaTeX input	Result
a \cdot b	$a \cdot b$
\frac{a}{b}	$\frac{a}{b}$
\sqrt{x}	\sqrt{x}

LaTeX input	Result
$\sqrt[n]{x}$	$\sqrt[n]{x}$
\vec{v}	\vec{v}
\overline{AB}	\overline{AB}
x^2	x^2
a_1	a_1
$\sin\alpha + \cos\beta$	$\sin \alpha + \cos \beta$
$\int_a^b x dx$	$\int_a^b x dx$
$\sum_{i=1}^n i^2$	$\sum_{i=1}^n i^2$

3.2.15. Imagens

Esta opção permite inserir uma imagem na zona de gráficos ou de desenho.

- O primeiro *clique* sobre a zona gráfica determina o vértice inferior esquerdo da imagem.
- O primeiro *clique* sobre um ponto determina que este será o vértice inferior esquerdo da imagem.

A seguir, surge uma caixa de diálogo para a abertura de um ficheiro, para seleccionar a imagem.

3.2.16. Propriedades de Imagens

Posição

A posição de uma imagem pode ser absoluta – na janela - ou relativa em relação ao sistema de coordenadas. Veremos à frente que especificando os três pontos oferece-se a flexibilidade de aumentar, rodar e até distorcer as imagens.

- Canto: posição de canto esquerdo inferior da imagem;
- Canto(inferior direito): só pode fixar-se quando já se estabeleceu a alínea 1. Canto. Passa a controlar a largura da imagem;
- Canto(superior esquerdo): Passa a controlar a altura da imagem.

Para explorar os efeitos dos pontos, convém criar três pontos A, B e C. Seleccione A como o primeiro e B como o segundo vértice da imagem. Ao arrastar A e B na opção Mover pode explorar a sua influência facilmente. Dá-se um *clique duplo* sobre a imagem e depois podemos seleccionar, a seguir, A como o primeiro e C como o terceiro canto. Finalmente, pode estabelecer os três pontos e observar que ao arrastá-los, se de forma a imagem.

Depois de observar como alterar a posição e tamanho de uma imagem, vale a pena experimentar outras alternativas. Ao juntar uma imagem a um ponto A, fixa-se 3 unidades para a sua largura e 4 para a sua altura, como se pode ver:

- 1. Canto: A
- 2. Canto: A + (3,0)
- 3. Canto: A + (0,4)

Ao arrastar o ponto A através da opção **Mover**, a imagem conserva a medida desejada.

Imagem de Fundo

Pode definir uma *imagem de fundo...* que se fixa ao fundo da *janela dos gráficos*. Uma imagem de fundo, fica atrás do sistema de eixos e já não estará acessível através *do rato*.

Para modificar a condição de *Imagem de fundo* de uma imagem, deve mudar as suas Propriedades desde a opção do menu *Editar*.

Transparência

Uma imagem pode ser transparente para que se poder ver tanto outras imagens como os eixos. Para fixar esta condição de transparência de uma imagem, especifica-se um valor entre 0% e 100% para o valor de preenchimento (propriedades da imagem).

Capítulo 4 - Entrada de Comandos

Passaremos agora a explicar como introduzir pelo teclado comandos no *GeoGebra*.

4.1. Notas Gerais

Valores, coordenadas e equações de objectos *livres* e *dependentes* surgem na *janela algébrica* (lado esquerdo). Os objectos livres não dependem de nenhum outro objecto e podem ser modificados directamente.

A entrada pode realizar-se no *campo de texto/linha de comandos*. Isto explicar-se-á mais à frente, detalhadamente.

4.1.1. Modificação de valores

Os objectos livres podem ser modificados mas os dependentes, não. Para alterar o valor de um objecto livre, basta reescrevê-lo, digitando o novo valor na *linha de comandos*.

Como alternativa, pode fazer na *janela de álgebra*, optando por *Redefinir* no menu de contexto.

4.1.2. Animação

Para modificar de forma contínua um número ou ângulo, seleccionamos a opção Mover e damos *um clique* sobre o número ou ângulo e accionamos a tecla + ou -.

Produz-se um efeito de animação se mantivermos pressionada permanentemente, uma das teclas. Por exemplo, se as coordenadas de um ponto dependem de um número k como por exemplo $P=(2k,k)$, o ponto desloca-se ao longo de uma recta quando k se modifica continuamente.

Com as teclas de movimento de cursor podemos deslocar qualquer objecto livre, na opção  **Mover**. O incremento é ajustável e fixa-se na caixa de diálogo das propriedades.

Ctrl + tecla de movimento de cursor ... 10 X incremento do passo
Alt + tecla de movimento de cursor ... 100 X incremento do passo

Pode mover qualquer ponto de uma recta, utilizando a tecla + u a tecla -.

Nota: Pressionar sempre a tecla *Enter* após ter digitado a definição de um objecto na linha de comandos

4.2. Entrada de Comandos

GeoGebra pode operar com números, ângulos, pontos, vectores, segmentos, rectas e cónicas. Explicaremos como podemos introduzir estes objectos através de coordenadas o equações.

Também se podem utilizar índices com os nomes dos objectos:

A_1 resp. S_{AB} Introdúz-se da seguinte forma: A_1 resp. s_{AB} .
--

4.2.1. Números e ângulos

Os números e ângulos utilizam o ponto decimal número r | $r = 5.32$ e não $5,32$.

Os ângulos introduzem-se em graus ou radianos (rad). A constante pi (ou π) é útil para os valores em radianos.

GeoGebra realiza todos os cálculos internos em radianos. O símbolo $^\circ$ é uma constante para converter graus em radianos.

	graus	Radianos
Ângulo alfa	60°	$\text{Pi}/3$

Exemplo: Um ângulo α pode ser introduzido em graus ($\alpha = 60$) ou em radianos ($\alpha = \text{pi}/3$).

Selectores e teclas de movimento de cursor

Tanto os números como os ângulos livres podem definir-se como selectores ajustáveis sobre a *zona gráfica*. Com as teclas de movimento de cursor pode mudar o valor de números e ângulos, também na *janela algébrica*.

Valor limite no intervalo

Tanto os números livres como os ângulos podem limitar-se a um intervalo [mín, máx]. Este intervalo utiliza-se também para os selectores.

Para cada ângulo dependente pode-se especificar é permitida a definição de ângulos com amplitude superior a 180 graus ou não (*ângulo de reflexão*).

4.2.2. Pontos e Vectores

Os pontos e vectores podem introduzir-se através das coordenadas cartesianas ou polares. As **letras maiúsculas definem os pontos e as minúsculas os vectores**.

	Coordenadas cartesianas	Coordenadas polares
Ponto A	$A = (1, 0)$	$A = (1; 0^\circ)$
Vector v	$v = (0 , 5)$	$v = (5 ; 90^\circ)$

4.2.3. Recta

Uma recta introduz-se como uma equação linear em x e y ou na forma paramétrica. Nos dois casos, podem utilizar variáveis previamente definidas (números, pontos, vectores). O nome da recta deve ser introduzido no início da entrada, seguido de dois pontos.

	Equação cartesiana	Equação paramétrica
Recta g	$g : 3x + 4y = 2$	$g : X = (-5, 5) + k * (4, -3)$

Seja $k = 2$ e $d = -1$ por exemplo. Então, podemos definir uma recta g introduzindo a equação: $g : k * x + d$

Eixo dos xx (xAxis) e eixo dos yy (yAxis)

Aos dois eixos coordenados podemos aceder com os comandos correspondentes através de respectivamente xAxis e yAxis. Por exemplo, o comando **Perpendicular[A,xAxis]** define a recta perpendicular ao eixo dos xx que passa pelo ponto.

4.2.4. Cónica

Uma cónica introduz-se como uma equação quadrática em x e y . Pode-se utilizar variáveis previamente definidas (números, pontos, vectores). O nome da cónica deve ser introduzido no início seguido de dois pontos.

Elipse eli	eli : $9x^2 + 16y^2 = 144$
Hipérbole hip	hip : $9x^2 - 16y^2 = 144$
Parábola par	par : $y^2 = 4x$
Circunferência k1	k1 : $x^2 + y^2 = 25$
Circunferência k2	k1 : $(x - 5)^2 + (y + 2)^2 = 25$

Sejam $a=4$ e $b=3$ por exemplo. Agora podemos introduzir uma elipse como:

$$eli : b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2.$$

4.2.5. Função

Para introduzir uma função podemos utilizar variáveis previamente definidas (números, pontos, vectores,..) e outras funções.

	Entrada
Função f	$f(x) = 3x^3 - x^2$
Função g	$g(x) = \tan(f(x))$

Todas as funções internas (como *seno*, *co-seno*, *tangente* - *sin*, *cos*, *tan* - etc.) são descritas na secção dedicada a operações aritméticas (4.2.6).

Existem comandos para obter e *derivadas* de uma função. Também pode utilizar-se $f'(x)$, $f''(x)$, $f'''(x)$, . . . para as derivadas de uma função f previamente definida.

As funções podem sofrer uma translação associada a um vector e uma *função livre* pode deslocar-se com o rato.

Função definida num dado Intervalo

Para definir uma função num intervalo $[a, b]$, deve utilizar-se o comando

Função [f,a,b]

Exemplo

Função[x^2,0,2]

4.2.6. Operações Aritméticas

Para introduzir números, coordenadas ou equações podem-se utilizar expressões aritméticas com parêntesis. As seguintes operações estão disponíveis:

Operação	Introduzir
Soma	+
Diferença	-
Multiplicação, Produto escalar	*
Divisão	/
Potenciação	^
Factorial	!
Função gama	Gamma()
Parêntesis	()
Coordenada x	x()
Coordenada y	y()
Valor absoluto	abs()
Sinal	sign()
Raiz quadrada	sqrt()
Função exponencial	exp()
Logaritmo natural	log()
Seno	sin()
Co-seno	cos()
Tangente	tan()
Arco-co-seno	acos()
Arco-seno	asen()
Arco tangente	atan()
Co-seno hiperbólico	cosh()
Seno hiperbólico	sinh()
Arco co-seno hiperbólico	acosh()
Arco seno hiperbólico	asinh()
Arco tangente hiperbólico	atanh()
Maior número interior menor ou igual a	floor()
Arredondamento	Round()
Menor número interior maior ou igual a	ceil()
Raiz cúbica	cbrt()
Número aleatório entre 0 e 1	Random()
Função exponencial	exp() ou e^x
Logaritmo natural	ln() ou log()
Logaritmo de 2	ld()
Logaritmo na base 10	lg()

Por exemplo, o ponto médio M de dois pontos A e B pode ser determinado, introduzindo:

$$(A + B) / 2$$

A *norma* de um vector \vec{v} pode ser determinada usando $norma v = \sqrt{v * v}$

Podemos ver que se podem fazer cálculos com pontos e vectores assim como no *GeoGebra*.

4.2.8. Variáveis Booleanas

Pode utilizar as variáveis booleanas “true” e “false” no *GeoGebra*.

Exemplo: introduza $a = \text{true}$ ou $b = \text{false}$ no campo de entrada de comandos e pressione *Enter*.

Caixas de activação e ponteiro do Rato

Variáveis Booleanas livres podem ser mostradas como *caixas de marcação* na janela de desenho (ver a opção  **Activar a caixa para Mostrar/Esconder objecto**). Utilizando o ponteiro do rato pode mudar de “true” para “false” ou vice-versa)

4.3. Comandos

Com a ajuda dos comandos podemos criar novos objectos ou modificar os existentes. A intersecção de duas rectas g e h produz um novo ponto, por exemplo:

$S = \text{Intersecção}[g,h]$.

O resultado de um comando pode chamar-se introduzindo um rótulo seguido de $=$. No nosso exemplo $S = \text{Intersecção}[g,h]$ o novo ponto denomina-se S .

Pode também usar índices com os nomes dos objectos:

A_1 resp. s_{AB} introduz-se : A_1 resp. s_{AB} .

4.3.1. Comandos Gerais

Relação

Relação[objecto a , objecto b] mostra um quadro que nos informa a relação de a e b .

Este comando permite-nos averiguar se dois objectos são iguais, se um ponto pertence a uma recta ou a uma cónica, o se uma recta é tangente ou intersecta uma cónica.

Excluir

Excluir [objecto] - Apaga um objecto e todos seus dependentes.

4.3.2. Número

Comprimento

Comprimento [vector] - Norma de um vector

Área

Área[ponto A, ponto B, ponto C,...] - Área do polígono definido pelos pontos marcados

Comprimento[ponto A] – Comprimento do vector de origem O e extremidade A.

Distância

Distância[ponto A, ponto B] - Distância entre dois pontos A e B.

Distância[ponto A, recta g] - Distância de um ponto A a uma recta g.

Distância[recta g, recta h] - Distância entre as rectas g e h. A distância de rectas secante é 0. Esta função tem interesse para rectas paralelas.

Declive

Declive[recta] ou **Declive**[segmento] - Declive de uma recta/segmento. Este comando também traça o triângulo que permite obter o declive cujo valor pode modificar-se.

Raio

raio[circunferência] - Raio de um circunferência.

Parâmetro

parâmetro[parábola] Parâmetro de uma parábola (Distância entre a directriz e foco).

ComprimentodoEixoprincipal[]

comprimentodoEixoprincipal[cónica] – comprimento do eixo principal de uma cónica.

ComprimentodoEixosecundário[]

comprimentodoEixosecundário[cónica] – comprimento do eixo secundário de uma cónica.

Excentricidade

Excentricidade [cónica] - Excentricidade de uma cónica.

Integral

Integral[função f, número a, número b] - Integral definida de f de a até b . Este comando também traça a área entre o gráfico da função e o eixo dos xx .

Integral[função f, função g, número a, número b] - Integral definida de $f(x) - g(x)$ desde a a b . Este comando traça também a área entre os gráficos das funções f e g entre a e b . Este comando traça também a área entre os gráficos das funções f e g . Consultar integral indefinida

SomaInferior

Somainferior [função f, número a, número b, número n] - Soma inferior da função f no intervalo $[a,b]$ com n rectângulos. Este comando também desenha os rectângulos da soma inferior.

SomaSuperior

Somasuperior [função f, número a, número b, número n] - Soma superior da função f no intervalo $[a,b]$ com n rectângulos. Este comando também desenha os rectângulos da soma superior.

Iteração

Iteração[função f, número x0, numero n]: define o número de iterações(n) iniciando no número n

Exemplo: Depois de definir $f(x) = x^2$ o comando `Iteração[f, 3, 2]` dá como resultado $(3^2)^2 = 27$

Mínimo e Máximo

`Min[número a, numero b]`: Mínimo de dois números a e b

`Max[número a, numero b]`: Máximo dos números a e b

Razão de segmentos entre três rectas paralelas

Razão de segmentos [ponto A, ponto B, ponto C]: Devolve a razão afim de três pontos colineares A , B , e C , onde $C = A + \lambda * AB$

Razão dupla

RazãoDupla [ponto A, ponto B, ponto C, ponto D]: Razão dupla λ de quatro pontos numa recta $A, B, C,$ and $D,$ onde $\lambda = \text{RazãoDupla}[B, C, D] / \text{RazãoDupla}[A, C, D]$

4.3.3. Ângulo

Ângulo

Ângulo[vector, vector] - Ângulo entre dois vectores (entre 0 e 360°)

Ângulo[recta, recta] - Ângulo entre o vector director das rectas (entre 0 e 360°)

Ângulo[ponto A, ponto B, ponto C] - Ângulo entre BA o BC (entre 0° e 360°). B é o vértice.

Ângulo[ponto A, ponto B, Ângulo alfa] - Ângulo de amplitude alfa traçado desde B com vértice no ponto A.

Ângulo[cónica] - Ângulo de revolução do eixo principal de uma cónica.

Ângulo[vector v] - Ângulo entre o eixo x e o vector v.

Ângulo[ponto A] - Ângulo entre o eixo x e o vector de posição do ponto A .

Ângulo[número] - Converte um número numa amplitude (resultado entre 0 e 2pi).

Ângulo[polígono] - Todos os ângulos internos de um polígono.

4.3.4. Ponto

Ponto

Ponto[recta] - Ponto sobre uma recta

Ponto[cónica] - Ponto sobre uma cónica (por exemplo. circunferência, elipse, hipérbole)

Ponto[função] - Ponto numa função

Ponto[vector] - Ponto num vector

Ponto[pontoP, vector v] - Ponto $P + v$

PontoMedio

PontoMedio [pontoA, pontoB] - Ponto Médio de A e B

PontoMédio [segmento] - Ponto Médio de segmento.

Centro

Centro [cónica] Centro de uma cónica (por exemplo: circunferência, elipse, hipérbole)

Foco

Foco [cónica] - Foco de uma cónica

Vértice

Vértice [cónica] -Vértice de uma cónica

Baricentro

Baricentro [polígono] – Baricentro de um polígono

Intersecção

Intersecção [recta g , recta h] Ponto de intersecção das rectas g e h .

Intersecção [recta g , cónica c] Pontos de intersecção de g e c (máx. 2) .

Intersecção [recta g , cónica c , número n] enésimo ponto de intersecção de g e c .

Intersecção [cónica c , cónica d] Pontos de intersecção de c e d (máx. 4).

Intersecção [cónica c , cónica d , número n] enésimo ponto de intersecção de c e d

Intersecção [polinómio f , polinómio g] enésimo ponto de intersecção de f e g .

Intersecção [polinómio f , polinómio g , número n] enésimo ponto de intersecção de f e g .

Intersecção [polinómio f , recta g] Todos los pontos de intersecção de f e g .

Intersecção [polinómio f , recta g , número n] enésimo ponto de intersecção de f e g .

Intersecção [função f , função g , ponto A] – Ponto de intersecção de f e g com valor inicial A . (para o método de Newton).

Intersecção [função f , recta g , ponto A] - Ponto de intersecção de f e g com valor inicial A .

Zero

Zero [polinómio f] - Todas as raízes do polinómio f (como pontos).

Raiz

Raiz [função f , número a] - Uma raiz da função f com valor inicial A (para O método de Newton).

Raiz [função f , número a , número b] - Uma raiz da função f no intervalo $[a, b]$.

Extremos

Extremos[polinómio f] - Todos os extremos local do polinómio f (como pontos).

PontoInflexão

PontoInflexão [polinómio f] - Todos os pontos de inflexão do polinómio f .

4.3.5. Inserir ponto num dos lados de um polígono

Ponto [polígono]

4.3.6. Vector

Vector

Vector [pontoA, pontoB] - Vector de A para B

Vector [ponto] - Posição vectorial de um ponto

Direcção

Direcção

direcção[recta] – Define um vector director de uma recta. Uma recta cuja equação é $ax + by = c$ o vector director $(b, -a)$.

Vector Unitário

Vectorunitário[recta] - Vector director de uma recta com norma igual a 1

Vectorunitário[vector] - Vector de norma 1 e a mesma direcção e sentido que a do vector dado.

VectorPerpendicular

Vectorperpendicular [recta] - Vector perpendicular a uma recta.

Uma recta de equação $ax + by = c$ -Tem um vector perpendicular (a, b) .

Vectorperpendicular [vector] - Vector perpendicular a um vector. Um vector com coordenadas (a, b) tem um vector perpendicular $(-b, a)$.

Versor Perpendicular

Vectorperpendicularunitário [recta] - Vector de norma 1, perpendicular a uma recta.

Vectorperpendicularunitário [vector] - Vector de norma 1, perpendicular a um vector.

4.3.7. Segmento

Segmento

Segmento [pontoA, pontoB] - Segmento entre dois pontos A e B.

Segmento [pontoA, número a] - Segmento com comprimento a desde o ponto A. Defina-se, também, O extremo e o ponto A do segmento.

4.3.8. Semi-recta

Semi-recta

Semi-recta [pontoA, pontoB] - Semi-recta que se inicia em A e passa por B .

Semi-recta [pontoA, vector v] - Semi-recta que se inicia em A com direcção v.

4.3.9. Polígono

Polígono

Polígono [pontoA, pontoB, pontoC, ...] Polígono definido pelos pontos marcados.

4.3.10. Recta

Recta

Recta [pontoA, pontoB] - Recta entre dois pontos A e B.

Recta [pontoA, rectag] - Recta paralela a g que passa por A.

Recta [pontoA, vector v] - Recta com direcção v que passa por A.

Perpendicular

Perpendicular [pontoA, recta g] - Recta perpendicular a g que contém A.

Perpendicular [pontoA, vector v] - Recta perpendicular a v que contém A.

Mediatriz

Mediatriz [pontoA, pontoB] - Mediatriz do segmento [AB].

Mediatriz [segmento s] - Mediatriz do segmento s.

Bissectriz

Bissectriz [pontoA, pontoB, pontoC] - Bissectriz do ângulo (A, B, C). B é O vértice do dito ângulo.

Bissectriz [recta g, recta h] - Bissectriz dos ângulos formados pelas rectas de g e h.

Tangente

Tangente [ponto A, cónica c] - Tangente a c através de A.

Tangente [recta g, cónica c] - Tangente a c que seja paralela a g.

Tangente [númeroa, função f] - Tangente a f em $x=a$.

Tangente [pontoA, função f] - Tangente a f em $x=x(A)$.

Assimptota

Assimptota [hipérbole c] - Ambas assimptotas a uma hipérbole

Directriz

Directriz [parábola c] - Directriz de uma parábola

Eixos

Eixos [cónica c] - Eixo principal e secundário de uma cónica

EixoPrincipal

EixoPrincipal [cónica c] Eixo principal de uma cónica

EixoSecundário

EixoSecundario [cónica c] - Eixo secundário de uma cónica

Polar

Polar [pontoA, cónica c] - Recta polar que contém A e c.

Diâmetro

Diâmetro [recta g , cónica c] - Diâmetro paralelo a g relacionado com c.

Diâmetro [vector v, cónica c] - Diâmetro com direcção v relacionado com c.

4.3.11. Cónicas

Circunferência

Circunferência [pontoM, número r] - Circunferência com centro M raio r.

Circunferência [pontoM, segmento s] - Circunferência com centro em M e raio igual ao comprimento do segmento s.

Circunferência [pontoM, pontoA] - Circunferência com centro M que contém A .

Circunferência [pontoA, pontoB, pontoC] - Circunferência que contém A, B e C.

Elipse

Elipse [pontoF, pontoG, número a] - Elipse com focos F, G e eixo principal de comprimento a. Condição: $2a > \text{Distância}[F,G]$

Elipse [pontoF, pontoG, segmento s] - Elipse com focos F, G e comprimento do eixo principal igual ao comprimento de s

Hipérbole

Hipérbole [pontoF, pontoG, número x] - Hipérbole com focos F, G e x é o comprimento do semi-eixo principal. Nota: a condição: $2a > \text{Distância focal } [F,G]$.

Hipérbole [pontoF, pontoG, segmento s] - Hipérbole com focos F, G e comprimento do semi-eixo principal = Comprimento [s].

Parábola

Parábola [pontoF, recta g] -Parábola com foco F e directriz g

Cónica

Cónica [pontoA, pontoB, pontoC, pontoD, pontoE] - Cónica que passa por cinco pontos (quatro não colineares)

4.3.12. Função

Derivada

Derivada [função f] – 1ª derivada da função f

Derivada [função f, número n] - enésima derivada da função f

Integral

Integral [função f] - Integral indefinida de f. Consultar integral definido.

Polinómio

Polinómio[função f] – Expande o polinómio factorizado.

Exemplo: Polinómio $[(x - 3)^2] = x^2 - 6x + 9$

Polinómio de Taylor

polinómiotaylor[função f, número a, número n] - Expansão da série de potências de ordem n para a função f na proximidade do ponto $x=a$

Função

Função [função f, número a, número b] - Estabelece uma função, que é igual a f não intervalo $[a, b]$ e não está definida fora de $[a, b]$

Função por ramos

Pode utilizar o comando se para criar funções por ramos.

Exemplo:

$f(x) = \text{se}[x < 3, \sin(x), x^2]$. Define a função por ramos:

$\sin(x)$ se $x < 3$

x^2 se $x \geq 3$.

4.3.13. Curvas paramétricas

Curva[expressão e1, expressão e2, parâmetro, número a, número b]: Curva paramétrica sendo dada pela expressão e1 e expressão e2 (usando o parâmetro t) com um dado intervalo $[a, b]$

Exemplo: $c = \text{Curva}[2 \cos(t), 2 \sin(t), t, 0, 2 \pi]$

4.3.14. Arco de circunferência e Sector circular

O valor algébrico de um arco é seu comprimento, o valor de um sector, é a sua área.

Semicircunferência

Semicircunferência [pontoA, pontoB] – Semi-circunferência sobre o segmento [AB].

ArcoCircular

Arcocircular [pontoM, pontoA, pontoB] - Arco circular com ponto médio M entre dois pontos: A e B. Atenção: O ponto B pode não estar sobre o arco.

ArcoCircunferência

ArcoCircunferência [ponto, ponto, ponto] - Arco de Circunferência que passa por três pontos.

Arco

Arco[cónica c, pontoA, pontoB] - Arco de cónica entre dois ponto A e B da cónica c (circunferência ou elipse)

Arco [cónica c, número t1, número t2] - Arco de uma cónica entre dois valores paramétricos t1 e t2 para as seguintes formas paramétricas:

Circunferência: $(r \cos(t), r \sin(t))$, onde r é o raio da circunferência

Elipse: $(a \cos(t), b \sin(t))$, donde a e b são os comprimentos do primeiro e do segundo eixo

SectorCircular

Sectorcircular [pontoM, pontoA, pontoB] - Sector circular com ponto intermédio no ponto M entre dois pontos A e B. Atenção: O ponto B pode não estar sobre o arco.

Sector

Sector [cónica c, pontoA, pontoB] - Conjunto de pontos da cónica compreendidos entre dois pontos A e B da cónica c (circunferência ou elipse)

Sector [cónica c, número t1, número t2] - Conjuntos dos pontos da cónica entre dois valores paramétricos t1 e t2 para as seguintes formas paramétricas:

Circunferência: $(r \cos(t), r \sin(t))$, donde r é o raio da circunferência

Elipse: $(a \cos(t), b \sin(t))$, donde a e b são as comprimentos é do primeiro eixo e do segundo

4.3.14. Imagem

Extremo

Extremo [imagem, número n]. Estabelece o extremo enésimo de uma imagem ($n = 1, \dots, 4$).

4.3.15. Lugar Geométrico - *Locus*

Lugar geométrico

Lugar Geométrico [pontoQ, pontoP] - Traça o lugar geométrico do ponto Q dependente do ponto P. O ponto P deve ser o ponto de um objecto (recta, segmento, circunferência, ...).

4.3.16. Sequência

Sequência

Sequência[expressão e , variável i , número a , número b]: Sequência de objectos criados usando a expressão e , *definida na variável i* , que inicia no número a até ao número b .

Exemplo: $L = \text{Sequência} [(2, i), i, 1, 5]$. *Cria uma sequência de pontos com abcissa 2 e ordenadas a variar de 1 a 5.*

Sequência [expressão e , variável i , número a , número b , número s] . Sequência de objectos utilizando a expressão e a variável i que inicia no número a até ao número b com incremento s .

Exemplo: $L = \text{Sequência} [(2, i), i, 1, 5, 0.5]$. *Cria uma sequência de pontos com de abcissa 2 e ordenada a variar de 1 a 5 com um incremento de 0.5.*

Nota: Pode também aqui utilizar selectores

4.3.17. Transformações Geométricas

Se utilizarmos um dos seguinte comandos a um novo nome, se produzirá uma copia do objecto deslocado.

O comando **Reflexão[A,g]** reflecte o ponto A através da recta g e o ponto A muda a sua ligação. Introduzindo **B=Reflexão[A,g]** produzir-se-á um novo ponto B

Translação

Translação[pontoA, vector v] - O ponto A sofre uma translação segundo o vector v

Translação[recta g, vector v] - A recta g desloca-se segundo o vector v

Translação[cónica c, vector v] - A cónica c desloca-se segundo o vector v

Translação[função c, vector v] - A função f desloca-se segundo o vector v

Translação[polígono P, vector v] - O polígono P desloca-se segundo o vector v. Também se criam os novos vértices e os novos lados do polígono.

Translação[imagem p, vector v] - A imagem p desloca-se segundo o vector v.

Translação[vector v, pontoP] - O vector v desloca-se até o ponto P

Rotação

Rotação[pontoA, ângulo phi] - O ponto A roda o ângulo phi à volta do eixo da origem

Rotação[vector v, ângulo phi] - O vector v roda o ângulo phi

Rotação[recta g, ângulo phi] - A recta g roda o ângulo phi do à volta eixo da origem.

Rotação[cónica c, ângulo phi] - A cónica c roda o ângulo phi à volta do eixo da origem.

Rotação[polígono P, ângulo phi] - O polígono P roda o ângulo phi à volta do eixo da origem.

Rotação[imagem p, ângulo phi] - A imagem p roda um ângulo phi à volta do eixo da origem.

Rotação[ponto A, ângulo phi, ponto B] - O ponto A roda e o ângulo phi à volta do ponto B

Rotação[recta g, ângulo phi, ponto B] - A recta g roda de ângulo phi à volta do ponto B.

Rotação[cónica c, ângulo phi, ponto B] - A cónica c roda de ângulo phi à volta do ponto B.

Rotação[polígono P, ângulo phi, pontoB] - O polígono P roda um ângulo phi à volta do ponto B. Também se criam os novos vértices e lados do polígono.

Rotação [imagem p, ângulo phi, pontoB] - A imagem p roda um ângulo phi à volta do ponto B.

Reflexão

Reflexão[ponto A, ponto B] - Reflecte o ponto A pelo ponto B

Reflexão[recta g, ponto B] - Reflecte a recta g pelo ponto B

Reflexão[cónica c, ponto B] - Reflecte a cónica c pelo ponto B

Reflexão[polígono P, ponto B] - Reflecte o polígono P pelo ponto B. Também são criados os novos vértices e segmentos.

Reflexão[imagem p, ponto B] - Reflecte a imagem p pelo ponto B .

Reflexão[ponto A, recta h] - Reflecte o ponto A por a recta h.

Reflexão[recta g, recta h] - Reflecte a recta g por a recta h.

Reflexão[cónica c, recta h] - Reflecte a cónica c por a recta h.

Reflexão[polígono P, recta h] - Reflecte o polígono P segundo o eixo da recta h . Também se criam os novos vértices e segmentos.

Reflexão[imagem p, recta h] - Reflecte a imagem p segundo o eixo de simetria da recta h .

Homotetia ou Dilação

Homotetia[ponto A, número k, ponto S] - Define a imagem S do objecto A segundo o factor k.

Homotetia[recta h, número k, ponto S] - Define a imagem h desde o ponto S segundo o factor k.

Homotetia[cónica c, número k, ponto S] - Define a imagem da cónica c desde o ponto S segundo o factor k.

Homotetia[polígono P, número k, ponto S] - Define a imagem do polígono P desde o ponto S segundo o factor k. Também se criam os novos vértices e segmentos.

Homotetia[imagem p, número k, ponto S] - Define a imagem da "imagem" p desde o ponto S segundo o factor k.

Capítulo 5. Imprimindo e exportando desde o GeoGebra

5.1. Imprimindo

5.1.1. Zona Gráfica

No menu Ficheiro, a opção Visualização de impressão da *Zona Gráfica* permite especificar o título, autor, datas, ecrã de saída impressa (em *cm*).

Deve accionar Enter depois de qualquer mudança para actualizar a janela prévia.

5.1.2. Protocolo de Construção

Há duas maneiras de abrir a janela de vista prévia do protocolo de construção:

No item *Visualização de Impressão* do menu *Ficheiro*, seleccionando a opção *Protocolo de Construção*.

Ao abrir em primeiro lugar *Protocolo de Construção* do menu *Exibir*. Desta forma podemos aceder ela opção Visualização da impressão não menu Ficheiro.

A segunda maneira é a mais flexível porque se pode-se (des)activar as diferentes colunas do protocolo de construção (consultar no Menu *Exibir* do protocolo de construção). Na *Janela de Visualização* pode-se inserir um título, autor e data.

5.2. Zona de Gráficos como Desenho

A opção *Exportar Zona de Gráficos* como Desenho encontra-se no menu ficheiro, dentro da opção *Exportar*. Aqui, pode escolher ao formato a dimensão (em *cm*) e a resolução (em *dpi*) do ficheiro A verdadeira medida da imagem exportada aparece junto à janela. A exportação pode ser em dois formatos:

PNG - Portable Network Graphics: um formato gráfico em pixéis. Quanto maior é a resolução (*dpi*), melhor a qualidade (300 *dpi* será, suficiente). Ao aumentar um gráfico PNG perde-se qualidade,

Os ficheiros gráficos PNG são adequados para ilustrar páginas Web (*html*) e documentos do *Word* ou *OpenOffice*. Quando se intercala um ficheiro PNG num *documento Word*, */OpenOffice* através do menu Inserir, Imagem desde ficheiro, é necessário ter a certeza que a medida se fixa em 100 %. De outro modo, a escala dada (em *cm*) poderia modificar-se.

EPS - Encapsulated Postscript: É um formato gráfico vectorial. Os gráficos EPS podem alterar-se sem perda de qualidade. Os ficheiros gráficos EPS são os mais adequados para programas gráficos vectoriais como O *CorelDraw* e o sistema de processamento de texto matemático como LATEX.

A resolução de um gráfico EPS gráfico é sempre 72 dpi. Este valor emprega-se somente para determinar a verdadeira medida de uma imagem em cm e não tem efeito sobre a qualidade da imagem.

Atenção: O efeito de cor transparente de polígonos ou cónicas não é possível no formato EPS.

SVG – Scaleable Vector Graphic

PSTricks
for LaTeX

5.3. Zona de Gráficos para a área de transferência

No menu Ficheiro, exporta o que se encontra na *Zona Gráfica ou de Desenho* como desenho oferece a opção de copiar a zona gráfica para a área de transferência do sistema como ficheiro PNG. Este desenho pode “colar-se” noutra programa (por exemplo: um documento *Word/OpenOffice*).

Para exportar uma construção a certa escala (em *cm*), utiliza-se a opção *Janela de Visualização* como figura (png, eps, ...).

5.4. Protocolo de Construção como Página Web

Há duas formas de abrir a janela *de Exportar | Protocolo de Construção*:

No Menu *Ficheiro*, *Exportar* encontra-se o item *Protocolo de Construção* como Página Web (html).

No menu *Exibir*, abre-se primeiramente *O Protocolo de Construção*. Encontra-se o item *Exporta* como Página Web no menu *Ficheiro*.

A segunda alternativa é mais flexível porque pode ir (des)activando as diferentes colunas do protocolo de construção (ver o menu *Exibir* do protocolo de construção).

Na Janela de exportação, pode escolher um título, autor e data e determinar se quer o não exportar também o desenho da zona gráfica e a *janela algébrica* assim como o protocolo.

O ficheiro HTML exportado pode ver-se com qualquer explorador de Internet (como o *Mozilla*, *Internet Explorer*, *Firefox*, *Ópera* ...) e editar-se com qualquer processador de textos (como o *FrontPage*, *Word*...).

5.5. Documento como Página Web

Na opção Exportar do menu Ficheiro encontra-se o item *Folha Dinâmica como Página Web (html)*.

Na janela de exportação, pode-se definir um título, autor, data e algum texto em a zona superior e inferior da construção dinâmica (por exemplo, uma descrição da construção e algumas exercícios). A construção pode incluir directamente na página Web ao abrir-se com um clique.

Atenção: os valores que se definem para a largura e a altura da construção dinâmica não devem ser demasiado elevados para que a construção dinâmica fique completamente visível ao abrir o *Browser*.

Ao exportar uma folha dinâmica criam-se três ficheiros:

- 1.) *Ficheiro html*, por exemplo, *circumf.html* - este ficheiro inclui a página.
- 2.) *Ficheiro ggb*, *circumf_worksheet.ggb* - este ficheiro incluía correspondente construção do GeoGebra
- 3.) *Geogebra.jar* - este ficheiro inclui o GeoGebra e permite que a correspondente documento/folha seja interactiva.

Estes três ficheiros - por exemplo *circumf.html*, *circumf_worksheet.ggb* e *geogebra.jar* - têm que estar dentro da mesma pasta para que a construção funcione dinamicamente. Obviamente, podem copiar-se os três ficheiros, para outra pasta.

Atenção: O ficheiro HTML exportado - no exemplo *circumf.html* - pode ver-se com qualquer explorador de Internet (como *Mozilla*, *Internet Explorer*, *Firefox*, *Ópera*). Para que a construção opere dinamicamente, o computador deve ter instalado o Java. Pode-se descarregar gratuitamente o Java desde <http://www.java.com>. Para um documento em computadores em rede de numa Escola, deve-se solicitar ao administrador da rede, que instale o Java nos computadores.

Também se pode editar o texto da folha com a maior parte dos sistemas de processamento de texto (como *FrontPage*, *Word*, etc.), abrindo o ficheiro HTML exportado.

Capítulo 6. Opções

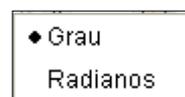
As opções que definem o aspecto global, podem modificar-se no menu *Opções*. Para alterar o ajuste dos objectos, deve aceder aos outros menus.

6.1. Pontos sobre o quadriculado

Permite activar ou desactivar a possibilidade dos pontos “aderirem” aos pontos do quadriculado.

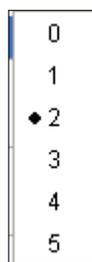
6.2. Unidade de Ângulo

Determina se os ângulos se expressam em graus ($^{\circ}$) ou radianos (rad). É sempre possível introduzi-los dos dois modos (graus e radianos).



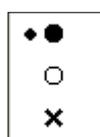
6.3. Casas Decimais

Ajusta o número de casas decimais: 0, 1, ..., 5



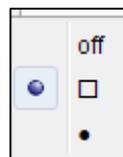
6.4. Estilo dos pontos

Define a forma dos pontos



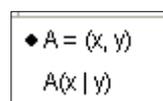
6.5. Estilo do ângulo recto

Permite num ângulo recto definir a sua marca



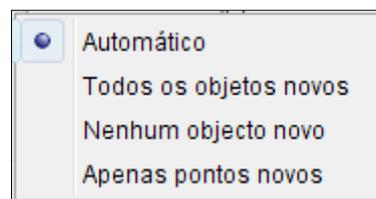
6.6. Coordenadas

Forma de definir as coordenadas dos pontos



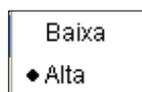
6.7. Rotular

Permite rotular os objectos ou não, quando são definidos



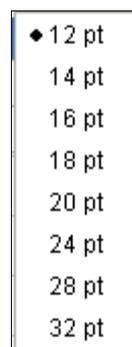
6.8. Qualidade gráfica

Define a qualidade dos gráficos na janela gráficos ou geométrica.



6.9. Tamanho da Fonte

Define o tamanho em pontos da fonte (tipo de letra).



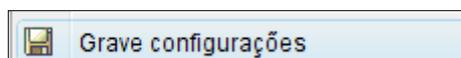
6.10. Idioma

GeoGebra está traduzido em várias línguas. Aqui pode definir ou modificar o idioma em uso. Afecta a todo o ambiente assim como os comandos.

6.11. Janela de Visualização

Abre uma janela donde se podem ajustar as propriedade da zona gráfica (eixos, quadrícula, escala, cor,...)

6.12. Grave as alterações



Permite gravar as alterações na configuração.

6.13. Restaura a configuração padrão

Recupera a configuração padrão

Capítulo 7. Ferramentas e barra de ferramentas

7.1. Ferramentas definidas pelo Utilizador

Baseado numa construção existente o utilizador pode criar as suas próprias ferramentas no GeoGebra. Após preparar a construção da sua ferramenta, escolhe *Crie a nova ferramenta* no *Ferramentas* menu *Ferramentas*. Na caixa de pode especificar os objectos da saída e da entrada da sua ferramenta e escolher nomes para o ícone e para o comando.

Exemplo: Ferramenta Quadrado.

- Construa um quadrado que começa com dois pontos *A* e *B*. Construa os outros vértices e ligue-os com a ferramenta Polígono para começar o quadrado *poly1*.
- Seleccione *Crie a ferramenta nova* no *Ferramentas* menu *Ferramentas*.
- Especifique *Saída de objectos*. Clique sobre o quadrado ou seleccione-o no menu respectivo.
- Especifique *Entrada de objectos*. O GeoGebra especifica automaticamente os objectos de entrada (aqui: pontos *A* e *B*). Pode também modificar a selecção de objectos da entrada usando o menu para a sua construção.
- Especifique *nome da ferramenta* e *nome do comando* para sua ferramenta nova. O *nome da ferramenta* aparecerá barra de Ferramentas do GeoGebra, *nome do comando* pode ser usado no campo da entrada de GeoGebra.
- Pode também escolher uma imagem para o ícone da ferramenta criada. GeoGebra ajusta a imagem automaticamente para definir o ícone da ferramenta.

Nota: A sua ferramenta pode ser usada com o rato e como um comando no campo da entrada. Todas as ferramentas são gravadas automaticamente com a extensão “ggb”.

Se utilizar a opção *Controlo de ferramentas* (menu *Ferramentas*) pode eliminar uma ferramenta ou modificar o seu nome e ícone. Pode também gravar as ferramentas seleccionadas o *GeoGebra no ficheiro de extensão* (“ggt”). Este ficheiro pode ser utilizado mais tarde, para carregar as ferramentas numa outra construção.

7.2. Configurar a barra de ferramentas

Pode configurar as ferramentas do GeoGebra seleccionando-se, *Configurar a caixa de ferramentas* no *menu* das *ferramentas*. Isto é especialmente útil para as folhas dinâmicas onde quer restringir as ferramentas disponíveis na barra de ferramentas.

Nota: O ficheiro actual é gravado com sua construção num ficheiro de extensão “ggb”.

Capítulo 8. Interface do *JavaScript*

Nota: A relação do *Javascript de GeoGebra* é interessante para os utilizadores que têm alguma experiência na edição do HTML.

A fim realçar as [folhas dinâmicas](#) e aumentar a interactividade, *applet de GeoGebra* fornecem um interface do Javascript. Por exemplo, poderia criar uma tecla para gerar novas configurações aleatórias de uma construção dinâmica.

Por favor, veja o original [Applet e Javascript de GeoGebra](#) para exemplos e informação sobre usar o Javascript com *applet de GeoGebra*.

Índice Remissivo

A

Ângulo · 4, 7, 22, 23, 28, 36, 50
ângulo recto · 50
Animação · 4, 10, 27
Arco de circunferência · 21, 22, 42
ArcoCircular · 42
Área · 22, 34
Assíptota · 40

B

Baricentro · 37
Bissectriz · 20, 39
Boolean
 variables · 33

C

Caixas de Marcação · 23
Canto · 26
Casas Decimais · 50
Centro · 36
Centróide · 3, 8, 37
Circunferência · 21, 30, 40, 43
Comandos · 4, 27, 33
conditional function
 command · 42
Cónica · 3, 4, 20, 21, 29, 41
Cónicas · 40
Coordenadas · 5, 29, 50
Copiar estilo visual · 17
Curvas paramétricas · 4, 42
curve · 42

D

Declive · 22, 34
Derivada · 41
Directa · 4, 28
Distância · 22, 34, 41

E

Eixo dos xx · 29
eixo dos yy · 29
Elimina objecto · 17
Elipse · 30, 36, 41, 43
EPS · 48
Excentricidade · 34

Exportar · 47, 48, 49
Extremos · 37

F

Ficheiro · 47, 48, 49
Foco · 36
Folha Dinâmica · 49
Fonte · 51
formula · 25
Função · 3, 4, 7, 11, 30, 31, 32, 41, 42
Função afim · 3, 7
funções polinomiais · 11

G

GeoGebra · 6
grelha · 50

H

homotetia · 24
Homotetia · 24, 46
Homotetia ou Dilação · 46

I

Idioma · 51
if
 command · 42
Imagem · 26, 43, 47
Imagem de Fundo · 26
Imagens · 3, 25
Imprimindo · 4, 47
Integrais · 11
Integral · 35, 41
Intersecção · 17, 33, 37
Intersecção de dois objectos · 17
iteração
 comando · 35

L

LaTeX · 25, 48
LATEX · 24, 48
Locus · 3, 4, 23, 24, 43
Lugar Geométrico · 3, 4, 23, 43

M

máximo
comando · 35

Mediatriz · 20

Menu de contexto · 12

mínimo
comando · 35

Mostrar e Esconder · 12

Mover · 15

N

Novo ponto · 17

Número · 3, 4, 22, 32, 34

Números e ângulos · 4, 28

O

Opções · 15

Operações Aritméticas · 4, 32

P

Parábola · 30, 41

parametric curve · 42

Parâmetro · 34

PNG · 47, 48

Polígono · 3, 4, 7, 19, 39, 52

Polinómio de Taylor · 42

Ponto · 3, 4, 10, 14, 17, 18, 25, 29, 36, 37

PontoInflexão · 37

Pontos · 4, 29, 37, 50

Posição · 26, 38

Protocolo · 3, 4, 13, 47, 48

Protocolo de Construção · 13

Q

quadriculado · 4, 50

R

Raio · 34

Raiz · 32, 37

Razão dupla · 35

Recta · 3, 4, 19, 20, 29, 39, 40

Recta entre dois pontos · 19

Recta Paralela · 19

Recta Perpendicular · 20

Recta Polar · 20

Reflexão · 44, 45

Relação · 3, 13, 16, 33

Relação entre dois objectos · 16

Relação entre Eixos · 13

Rotação · 16, 45

Rotação à volta de um ponto · 16

Rotular · 5, 51

S

Sector · 3, 4, 22, 42, 43

Sector circular · 22, 43

Sector Circular · 43

Segmento · 3, 4, 14, 18, 39

Segmento de recta · 18

Segmento de recta entre dois pontos · 18

Selector · 23

Semicircunferência · 21, 42

Semi-recta · 3, 4, 19, 39

Semi-recta dados dois pontos · 19

sequence · 44

Sequência · 4, 44

Sequência [· 44

SomaInferior · 35

SomaSuperior · 35

T

Tangente · 10

Tangentes · 20

Texto · 3, 24

Traço · 13

Transformações Geométricas · 3, 4, 24, 44

Translação · 44

Transparência · 26

V

valores · 4, 7, 24, 27, 28, 43, 49

Variáveis Booleanas · 33

Vector · 3, 4, 18, 29, 38, 48

Vector definido a partir de um ponto · 18

Vector entre dois pontos · 18

Vector Unitário · 38

Vectores · 4, 29

VectorPerpendicular · 38

Versor · 38

Vértice · 26, 36

Visualização · 47, 48, 51

Z

Zero · 37

Zona de Gráficos · 47, 48

Zona Gráfica · 4, 47, 48

Zoom · 13

